

# Písemka na opakování Analytické geometrie, Oktáva 2015/2016

## Skupina A

### Příklad 1

Určete obecnou rovnici přímky  $p$  tak, aby byla rovnoběžná s přímkou  $q: x=1+3k, y=2+k$  a procházela bodem  $A[1;2]$ .

Obecná rovnice přímky je rovnice  $ax + by + c = 0$ , kde koeficienty  $a$  a  $b$  jsou dány normálovým vektorem přímky (vektorem kolmým na směr přímky), tedy  $\vec{n} = (a; b)$  zadává směr přímky a koeficient  $c$  určuje umístění přímky v prostoru.

Přímka  $p$  rovnoběžná s  $q$  musí mít stejný směr (normálový vektor), jen jiné umístění. Přímka  $q$  je zadaná parametricky, máme tedy její směrový vektor, jehož složky tvoří násobky koeficientu  $k$ . Je tedy  $\vec{s}_q = (3; 1)$ .

Hledáme normálový vektor, který je k  $\vec{s}_q$  kolmý. Jedním z možných kolmých vektorů je  $\vec{n}_q = (-1; 3)$ . Jelikož  $p \parallel q$ , musí  $\vec{n}_q = \vec{n}_p$ . Dosadíme do rovnice:  $-x + 3y + c = 0$ . Směr přímky je určen, umístění v prostoru určuje podmínka, že  $A \in p$ . Dosadíme bod  $A$  do rovnice a dopočítáme koeficient  $c$ .  $-1 + 3 \cdot 2 + c = 0$ , tedy  $c = -5$ .

**Řešení:**  $p : -x + 3y + -5 = 0$

**Poznámka:** bylo také možné si všimnout, že bod  $[1;2]$  leží na přímce  $q$ , jelikož je přímo zadaný v jejím parametrickém vyjádření, takže stačilo převést  $q$  do obecného tvaru, jelikož  $p=q$ .

### Příklad 2

Určete vzdálenost přímky  $p: x=3k, y=2-2k$  od bodu  $[3;2]$ .

Přímka je zadaná parametrickou rovnicí. Existuje vzorec pro vzdálenost bodu od přímky, kde do levé strany obecné rovnice přímky dosadíme souřadnice bodu a podělíme délkou normálového vektoru přímky, z výsledku bereme absolutní hodnotu (vzdálenost nemůže být záporná).

$$d(A; p) = \frac{|a \cdot x_A + b \cdot y_A + c|}{\sqrt{a^2 + b^2}} \text{ pro } A[x_A; y_A], p : ax + by + c = 0$$

Převědeme rovnici na obecnou buď sečtením tak, aby se odečetla  $k$ , nebo nalezením kolmého vektoru ke směrovému a dosazením bodu. Každopádně:  $2x + 3y - 6 = 0$ . Dosazením do vzorce získáváme, že délka je přibližně 1,66.

**Kdo si nepamatuje vzorec**, ví, že vzdálenost bodu od přímky je délka úsečky dané oním bodem a patou kolmice z bodu vedené k přímce. Určíme tedy kolmici  $k$  procházející bodem  $A=[3;2]$ , například obecnou rovnicí. Jelikož směrový vektor kolmice  $k$  musí být kolmý na směrový vektor přímky  $p$  a směrový a normálový vektor téže přímky jsou na sebe kolmé, pak normálový vektor kolmice  $k$  může být totožný se směrovým vektorem přímky  $p$ . Proto  $3x - 2y + c = 0$ . Dosazením bodu  $A$  dostáváme koeficient  $c$  a tedy  $k : 3x - 2y - 5 = 0$ .

Stejně dobře bylo možné si říci, že směrový vektor přímky  $k$  kolmý na směrový vektor přímky  $p$  je třeba  $(2;3)$  a proto parametrická rovnice kolmice je  $k : x = 3 + 2k, y = 2 + 3k$ .

Tak jako tak najdeme průsečík  $k \cap p$  pomocí soustavy dvou rovnic pro přímky  $p$  a  $k$ . Bod  $P = [\frac{27}{13}; \frac{8}{13}]$ ;

$$\text{Stačí určit } |AP| = \sqrt{(3 - \frac{27}{13})^2 + (2 - \frac{8}{13})^2} \doteq 1,66$$

From: <https://wiki.gml.cz/> - GMLWiki

Permanent link: <https://wiki.gml.cz/doku.php/matematika:analytgeom:opakovacipisemka?rev=1441693219>

Last update: 08. 09. 2015, 08.20

