

# Průsečík přímky a kružnice s CAS Maxima

## Zadání

Je dána kružnice  $k: (x-m)^2+(y-1)^2=16$  a přímka  $p: x-3y+6=0$ . Určete hodnotu parametru  $m$ , aby přímka  $p$  byla tečnou ke kružnici  $k$ .

## Teorie

Kružnice je zadána ve středovém tvaru, ze kterého pohodlně přečteme souřadnice středu  $[m;1]$  a poloměr přímky  $r = 4$ . Střed má tedy neznámou  $x$ -souřadnici (je dána parametrem  $m$ ). Přímka je zadána obecnou rovnicí.

Abychom našli  $m$  ( $x$ -souřadnici středu), budeme hledat průsečíky  $k$  a  $p$  tak, aby existoval právě jeden (tzn. přímka s kružnicí mají jeden společný bod, je to tečna). Řešíme proto soustavu rovnic přímky a kružnice a hledáme společný bod  $[x;y]$ .

Není nutné celou soustavu dořešit, stačí si uvědomit, že chceme, aby měla právě jedno řešení, proto ve chvíli, kdy dostáváme kvadratickou rovnici, stačí vzít její diskriminant a položit ho roven nule (je-li diskriminant nula, vyjde právě 1 řešení). Dořešíme jen rovnici s diskriminantem a dostáváme hodnoty parametru  $m$ .

## Řešení

Spusťte program wxMaxima a začněte psát (i když nikde neblíká kurzor, to nevadí) nebo pište do okna [online verze](#). Pokud používáte program wxMaxima, musíte za každým příkazem stisknout **Shift+Enter**, aby se vykonal!

Příkaz wxMaxima	Vysvětlení	Postup
$k: (x-m)^2+(y-1)^2=16;$	Vkládáme rovnici kružnice a pojmenováváme ji $k$ .	Zadáváme rovnice do programu.
$p: x-3*y+6=0;$	Vkládáme rovnici přímky a pojmenováváme $p$ .	
<code>solve([k,p],[x,y]);</code>	Necháváme program vyřešit soustavu rovnic $k, p$ vzhledem k neznámým $x$ a $y$ , $m$ je tedy parametr. Všimneme si, že $x_1$ a $x_2$ , stejně jako $y_1$ a $y_2$ se liší přičtením či odečtením výrazu pod odmocninou (diskriminant), ten by tedy měl být 0. Zkusíme si nejprve vyřešit soustavu „ručně“ dosazovací metodou.	

Příkaz wxMaxima	Vysvětlení	Postup
<code>solve(p,y);</code>	Necháme „vyřešit“ přímku $p$ pro proměnnou $y$ s „parametrem“ $x$ neboli necháme vyjádřit $z$ rovnice přímky $p$ neznámou $y$ vzhledem k $x$ .	Vyřešíme soustavu rovnic $k$ a $p$ dosazovací metodou, dosazením za $y$ z rovnice přímky.
<code>rhs(%[1]);</code>	Zobrazíme si jen pravou stranu rovnice, která nám vyšla, to dělá funkce <code>rhs()</code> . symboly <code>%[1]</code> říkají, že z předchozího výsledku, kterým byl (jednoprvkový) seznam (má hranaté závorky) bereme hned první (a zde jedinou) položku.	
<code>subst(%,y,k);</code>	Substituujeme (dosazujeme) do rovnice $k$ místo neznámé $y$ hodnotu předchozího výsledku (znak <code>%</code> ). Pokud něco nefunguje, můžeme rovnou místo znaku <code>%</code> napsat $(x+6)/3$ .	
<code>expand(%)</code> ;	Roznásobíme předchozí rovnici.	
<code>%- 16</code>	Od předchozího výsledku odečteme 16, abychom dostali na levé straně kvadratický trojčlen a na pravé straně rovnice nulu.	

From: <http://wiki.gml.cz/> - GMLWiki

Permanent link: <http://wiki.gml.cz/matematika:software:maxima:prusecikprimkyakruznice?rev=1442489382>

Last update: 17. 09. 2015, 13.29

