

Průsečík přímky a kružnice s CAS Maxima

Zadání

Je dána kružnice $k: (x-m)^2+(y-1)^2=16$ a přímka $p: x-3y+6=0$. Určete hodnotu parametru m , aby přímka p byla tečnou ke kružnici k .

Teorie

Kružnice je zadána ve středovém tvaru, ze kterého pohodlně přečteme souřadnice středu $[m;1]$ a poloměr přímky $r = 4$. Střed má tedy neznámou x -souřadnici (je dána parametrem m). Přímka je zadána obecnou rovnicí.

Abychom našli m (x -souřadnici středu), budeme hledat průsečíky k a p tak, aby existoval právě jeden (tzn. přímka s kružnicí mají jeden společný bod, je to tečna). Řešíme proto soustavu rovnic přímky a kružnice a hledáme společný bod $[x;y]$.

Není nutné celou soustavu dořešit, stačí si uvědomit, že chceme, aby měla právě jedno řešení, proto ve chvíli, kdy dostáváme kvadratickou rovnici, stačí vzít její diskriminant a položit ho roven nule (je-li diskriminant nula, vyjde právě 1 řešení). Dořešíme jen rovnici s diskriminantem a dostáváme hodnoty parametru m .

Řešení

Spusťte program wxMaxima a začněte psát (i když nikde neblíká kurzor, to nevadí) nebo pište do okna [online verze](#). Pokud používáte program wxMaxima, musíte za každým příkazem stisknout **Shift+Enter**, aby se vykonal!

Příkaz wxMaxima	Vysvětlení	Postup
$k: (x-m)^2+(y-1)^2=16;$	Vkládáme rovnici kružnice a pojmenováváme ji k .	Zadáváme rovnice do programu.
$p: x-3*y+6=0;$	Vkládáme rovnici přímky a pojmenováváme p .	
<code>solve([k,p],[x,y]);</code>	Necháváme program vyřešit soustavu rovnic k, p vzhledem k neznámým x a y , m je tedy parametr. Všimneme si, že x_1 a x_2 , stejně jako y_1 a y_2 se liší přičtením či odečtením výrazu pod odmocninou (diskriminant), ten by tedy měl být 0. Zkusíme si nejprve vyřešit soustavu „ručně“ dosazovací metodou.	

Příkaz wxMaxima	Vysvětlení	Postup
<code>solve(p,y);</code>	Necháme „vyřešit“ přímku p pro proměnnou y s „parametrem“ x neboli necháme vyjádřit z rovnice přímky p neznámou y vzhledem k x .	Vyřešíme soustavu rovnic k a p dosazovací metodou, dosazením za y z rovnice přímky.
<code>rhs(%[1]);</code>	Zobrazíme si jen pravou stranu rovnice, která nám vyšla, to dělá funkce <code>rhs()</code> . symboly <code>%[1]</code> říkají, že z předchozího výsledku, kterým byl (jednoprvkový) seznam (má hranaté závorky) bereme hned první (a zde jedinou) položku.	
<code>subst(%,y,k);</code>	Substituujeme (dosazujeme) do rovnice k místo neznámé y hodnotu předchozího výsledku (znak <code>%</code>). Pokud něco nefunguje, můžeme rovnou místo znaku <code>%</code> napsat $(x+6)/3$.	
<code>expand(%)</code> ;	Roznásobíme předchozí rovnici.	
<code>%- 16</code>	Od předchozího výsledku odečteme 16, abychom dostali na levé straně kvadratický trojčlen a na pravé straně rovnice nulu.	

From: <http://wiki.gml.cz/> - GMLWiki

Permanent link: <http://wiki.gml.cz/matematika:software:maxima:prusecikprimkyakruznice?rev=1442489382>

Last update: 17. 09. 2015, 13.29

