

Společná tečna dvou kružnic

Zadání

Jsou dány dvě kružnice. Nalezněte všechny jejich společné tečny.

Náčrtek

Nakreslíme přímku, dále dvě kružnice, kterým je tato přímka tečnou. Doplníme spojnicí středů a tím zakreslíme střed stejnolehlosti (průsečík tečny a spojnice středů). Můžeme doplnit i druhé řešení - od ruky načrtneme druhou tečnu.

Úvaha - řešení

Užijeme homotetie, ve které jedna kružnice přechází v druhou. V tomto zobrazení nalezneme společný tečný bod, který se zobrazuje z jedné kružnice na druhou. Je zřejmé, že tento tečný bod bude společný pro libovolný obraz kružnice (s libovolným koeficientem). Z toho plyne, že tato tečna prochází i středem homotetie (pokud by byl definicí stejnolehlosti povolen koeficient 0, pak by se s tímto koeficientem celá kružnice včetně tohoto bodu promítla právě do středu stejnolehlosti).

Střed stejnolehlosti leží s jistotou na spojnicí středů kružnic, protože speciálně i středy se musí vzájemně zobrazit. Dále zvolíme libovolný bod na jedné kružnici a na druhé zvolíme bod pod stejným kladným i záporným úhlem vůči spojnicí středů, což je dáno nutností zachovat koeficient stejnolehlosti, resp. rovnoběžnost. Kladný i záporný úhel volíme proto, že kružnice se mohou na sebe zobrazit podle dvou stejnolehlostí, s kladným a záporným koeficientem.

Tečnu ke kružnici z bodu (středu stejnolehlosti) nenajdeme od ruky přiložením pravítka, ale pomocí konstrukce thaletovy kružnice nad úsečkou danou středem stejnolehlosti a středem kružnice. Průsečík kružnice a thaletovy kružnice je tečný bod.

Postup

1. $k_1, k_2; k_1(S_1, r_1), k_2(S_2, r_2)$
2. $s; s = S_1S_2$
3. $X; X \in k_1$
4. $X'; X' \in k_2, \angle XS_1s = \angle X'S_2s$
5. $X''; X'' \in k_2, \angle XS_1s = -\angle X''S_2s$
6. $R_1; R_1 \in XX' \cap s$
7. $R_2; R_2 \in XX'' \cap s$
8. $Th_1; \text{Thaletova kružnice nad } S_1R_1$
9. $Th_2; \text{Thaletova kružnice nad } S_1R_2$
10. $Y_1; Y_1 \in Th_1 \cap k_1$
11. $Y_2; Y_2 \in Th_2 \cap k_1$

12. $t_1, t_2; t_1=R_1Y_1, t_2=R_1Y_2$

From:

<http://wiki.gml.cz/> - **GMLWiki**

Permanent link:

<http://wiki.gml.cz/matematika:planimetrie:spolecnatecna?rev=1414159610>

Last update: **24. 10. 2014, 16.06**

